

Um die i -te Wurzel aus i zu bestimmen, suchen wir alle komplexen Zahlen z , die die Gleichung

$$z^i = i$$

erfüllen.

Schritt 1: Logarithmieren

Wir schreiben beide Seiten in Exponentialform:

$$z^i = i \implies i \ln(z) = \ln(i).$$

Da der komplexe Logarithmus mehrwertig ist, gilt

$$\ln(i) = i \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right) \quad \text{für } k \in \mathbb{Z}.$$

Schritt 2: Auflösen nach $\ln(z)$

Teilen wir beide Seiten durch i , erhalten wir:

$$\ln(z) = \frac{\ln(i)}{i} = \frac{i \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right)}{i} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k.$$

Schritt 3: Zurück in die Exponentialform

Durch Exponenzieren erhalten wir:

$$z = \exp \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right) \quad \text{für } k \in \mathbb{Z}.$$

Zusammenfassung

Die i -ten Wurzeln aus i sind also gegeben durch:

$$\{ z = e^{\frac{\pi}{2} + 2\pi k} : k \in \mathbb{Z} \}.$$

Der Hauptwert (für $k = 0$) ist:

$$z = e^{\frac{\pi}{2}}.$$

Damit lautet die Antwort: Der Hauptwert der i -ten Wurzel aus i ist $e^{\pi/2}$, und allgemein gilt

$$\text{Wurzeln: } z = e^{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$